

11/06/20

XII (A+B+C)

Soln.: (B)  $7X - 5Z = 7X_{2 \times n} - 5Z_{2 \times p}$

We can add two matrices if their order is same.

$\therefore n = p$

$\therefore$  Order of  $7X - 5Z$  is  $2 \times n$ .

**Exercise - 3.3**

1. Find the transpose of each of the following matrices :

(i)  $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

(ii)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

(iii)  $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 6 \\ \sqrt{3} & 5 & 6 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

Soln.: (i) Transpose of  $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

(ii) Transpose of  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

(iii) Transpose of  $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 6 \\ \sqrt{3} & 5 & 6 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 6 \\ \sqrt{3} & 5 & 6 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} & 2 \\ 5 & 5 & 3 \\ 6 & 6 & -1 \end{bmatrix}$

2. If  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ , then verify that

(i)  $(A+B)' = A'+B'$ , (ii)  $(A-B)' = A'-B'$

Soln.: (i)  $A+B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1-4 & 2+1 & 3-5 \\ 5+1 & 7+2 & 9+0 \\ -2+1 & 1+3 & 1+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 & -2 \\ 6 & 9 & 9 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

Now,  $A' = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix}$  and  $B' = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow (A+B)' = \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ 3 & 9 & 4 \\ -2 & 9 & 2 \end{bmatrix}$

and  $A'+B' = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1-4 & 5+1 & -2+1 \\ 2+1 & 7+2 & 1+3 \\ 3-5 & 9+0 & 1+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ 3 & 9 & 4 \\ -2 & 9 & 2 \end{bmatrix}$

$\therefore (A+B)' = A'+B'$

(ii)  $A-B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1+4 & 2-1 & 3+5 \\ 5-1 & 7-2 & 9-0 \\ -2-1 & 1-3 & 1-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 4 & 5 & 9 \\ -3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow (A-B)' = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 4 & 5 & 9 \\ -3 & -2 & 0 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 1 & 5 & -2 \\ 8 & 9 & 0 \end{bmatrix}$

and  $A'-B' = \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1+4 & 5-1 & -2-1 \\ 2-1 & 7-2 & 1-3 \\ 3+5 & 9-0 & 1-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 1 & 5 & -2 \\ 8 & 9 & 0 \end{bmatrix}$

$\therefore (A-B)' = A'-B'$

3. If  $A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ , then verify

that (i)  $(A+B)' = A'+B'$  (ii)  $(A-B)' = A'-B'$

Soln.:  $A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

and  $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow B' = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

(i) Now,  $A+B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3-1 & -1+2 & 0+1 \\ 4+1 & 2+2 & 1+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

11/4

XII

$$\Rightarrow (A+B)' = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A'+B' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-1 & 4+1 \\ -1+2 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (A+B)' = A'+B'$$

$$(ii) A-B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3-(-1) & -1-2 & 0-1 \\ 4-1 & 2-2 & 1-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A-B)' = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, A'-B' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3+1 & 4-1 \\ -1-2 & 2-2 \\ 0-1 & 1-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (A-B)' = A'-B'$$

4. If  $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ , then find  $(A+2B)'$ .

$$\text{Soln.: } A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A+2B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2-2 & 1+0 \\ 3+2 & 2+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{Hence, } (A+2B)' = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

5. For the matrices  $A$  and  $B$ , verify that  $(AB)' = B'A'$ , where

$$(i) A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (ii) A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{Soln.: (i) } A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A' = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{and } B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B' = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times (-1) & 1 \times 2 & 1 \times 1 \\ -4 \times (-1) & (-4) \times 2 & (-4) \times 1 \\ 3 \times (-1) & 3 \times 2 & 3 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 4 & -8 & -4 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{L.H.S.} = (AB)' = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 2 & -8 & 6 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{R.H.S.} = B'A' = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 \times 1 & -1 \times (-4) & -1 \times 3 \\ 2 \times 1 & 2 \times (-4) & 2 \times 3 \\ 1 \times 1 & 1 \times (-4) & 1 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 2 & -8 & 6 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

Hence,  $(AB)' = B'A'$ .

$$(ii) A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ and } B' = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{Now, } AB = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \times 1 & 0 \times 5 & 0 \times 7 \\ 1 \times 1 & 1 \times 5 & 1 \times 7 \\ 2 \times 1 & 2 \times 5 & 2 \times 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 7 \\ 2 & 10 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (AB)' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 7 \\ 2 & 10 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\text{Now, } B'A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times 0 & 1 \times 1 & 1 \times 2 \\ 5 \times 0 & 5 \times 1 & 5 \times 2 \\ 7 \times 0 & 7 \times 1 & 7 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 10 \\ 0 & 7 & 14 \end{bmatrix}$$

$\therefore (AB)' = B'A'$ .

6. If  $(i) A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ , then verify that  $A'A = I$

(ii) If  $A = \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$ , then verify that  $A'A = I$

$$\text{Soln.: (i) } A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow A' = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\text{So, } A'A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$